

Rodrigo Prado da Silva

Análise modal da estrutura de um protótipo da Equipe Poli de Baja
utilizando métodos numéricos e experimentais

São Paulo
2014

Rodrigo Prado da Silva

Análise modal da estrutura de um protótipo da Equipe Poli de Baja
utilizando métodos numéricos e experimentais

Trabalho de formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do título de
graduação em Engenharia

São Paulo
2014

Rodrigo Prado da Silva

Análise modal da estrutura de um protótipo da Equipe Poli de Baja
utilizando métodos numéricos e experimentais

Trabalho de formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do título de
graduação em Engenharia

Área de concentração: Engenharia
Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Flávio Celso Trigo

São Paulo
2014

Silva, Rodrigo Prado da

**Análise modal da estrutura de um protótipo da Equipe Poli
de Baja utilizando métodos numéricos e experimentais / R.P.
da Silva . – São Paulo, 2014.**

28 p.

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1.Engenharia automotiva 2.Análise modal I.Universidade de
São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia
Mecânica II.t.**

RESUMO

A análise modal de componentes estruturais de sistemas automotivos é de fundamental importância em termos de segurança e desempenho global do veículo. Neste trabalho, efetua-se a construção de um modelo em elementos finitos, utilizando o programa de código aberto Frame3dd, da estrutura principal (gaiola) de um protótipo da Equipe Poli de Baja. Os resultados da análise modal decorrente da simulação numérica desse modelo corroboram aqueles disponíveis nos arquivos da Equipe, obtidos com o auxílio de programas comerciais. Na sequência, foi efetuada uma análise modal experimental utilizando o método de Ibrahim no Domínio do Tempo. Os resultados dessa análise não foram satisfatórios na identificação dos primeiros modos de vibrar da estrutura, pois a resolução em frequência dos sinais de aceleração medidos (em torno de 22 Hz) mostrou-se insuficiente para discernir os referidos modos, situados entre 40 e 80 Hz, de acordo com ambas as simulações numéricas.

Palavras-chaves: Análise modal experimental. Teste de impacto. Veículo automotivo.

ABSTRACT

The modal analysis of structural components of automotive systems is of fundamental importance in terms of safety and overall performance of the vehicle. In this work, one makes the construction of a finite element model, through the open source program Frame3dd, of the main structure (cage) of an Equipe Poli de Baja prototype. The results of the modal analysis numerical simulation of this model agree with those available in the team files, obtained with the aid of commercial programs. Next, an experimental modal analysis using the Ibrahim Time Domain method was performed. The results of this analysis were not satisfactory in the identification of the first vibration modes of the structure, since the frequency resolution of the measured acceleration signals (around 22 Hz) was insufficient to discern those modes, ranging from 40 and 80 Hz according to both numerical simulations.

Key-words: Experimental modal analysis. Impact test. Automotive machine.

SUMÁRIO

1. OBJETIVOS E METODOLOGIA.....	4
2. MODELAGEM COMPUTACIONAL DA GAIOLA.....	5
3. MÉTODO DE IBRAHIM	8
3.1. MÉTODO DE IBRAHIM MODIFICADO.....	11
3.2. MODELAGEM EXPERIMENTAL.....	14
4. EXPERIMENTO FÍSICO	16
4.1. DADOS E ANÁLISE DOS DADOS.....	17
4.2. SEQUENCIAMENTO DE DADOS	19
4.3. ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS COMPUTACIONAL E EXPERIMENTAL.....	25
4.4. MÉTODO DE IBRAHIM E OUTROS MÉTODOS	26
5. CONCLUSÃO.....	27
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	28

1. Objetivos e Metodologia

Nas competições da equipe Poli de Baja, é apresentado um relatório contendo informações sobre a construção e análise do veículo para os jurados. Um dos itens do relatório envolve a estimativa dos modos de vibrar da estrutura, com o intuito de verificar se estes poderiam ser excitados por harmônicos da faixa de frequências de operação do motor do veículo. Para tanto, têm-se utilizado programas comerciais (no caso da Equipe Poli, o Nastran) para efetuar a modelagem da estrutura do veículo em elementos finitos e obter tais estimativas que, por sua vez, vêm confirmando a inexistência de modos que possam ser excitados a partir da fonte principal. Embora os resultados obtidos sejam provenientes de um software comercial reconhecidamente confiável, sempre cabe o questionamento, normalmente efetuado pelos jurados das apresentações, acerca de sua veracidade, uma vez que não há confirmação através de modelos numéricos construídos e simulados em outro conjunto de rotinas, o que acaba por prejudicar o desempenho global da equipe. O presente trabalho visa, pois, efetuar a análise modal da gaiola do veículo baja com base em um modelo de elementos finitos totalmente construído com o auxílio do software de código aberto Frame3DD, além de comparar os resultados com os oriundos das simulações dos modelos já existentes mencionados acima.

Não obstante, procurar-se-á validar os modelos numéricos efetuando-se uma análise modal experimental na estrutura do veículo. Para a referida análise, o autor irá aplicar, inicialmente, o método de Ibrahim no Domínio do Tempo (ITDM). A vantagem dele em relação aos métodos no domínio da frequência, baseados na extensiva utilização da transformada rápida de Fourier (FFT) é a possibilidade de determinação da matriz dos modos de vibrar, das frequências naturais amortecidas e não amortecidas e dos fatores de amortecimento. Além disso, como mencionado por Ferreira Neto (2005), mesmo sendo um método numérico mais impreciso que a FFT, há boa relação entre os valores encontrados pelo ITDM e aqueles encontrados no domínio da frequência.

2. Modelagem Computacional da Gaiola

A simulação por elementos finitos da gaiola foi realizada no *software* de código aberto Frame3DD. Esse programa faz leitura de um arquivo de texto contendo uma relação de nós, barras, propriedades geométricas das barras, propriedades dos materiais e esforços impostos sobre a estrutura e exporta um conjunto de arquivos com informações de tensões internas, deslocamentos, forças de reação nos nós e dados de simulação para análise visual das deformações, além da análise modal da estrutura contendo frequência, graus de liberdade de cada modo e os modos propriamente ditos.

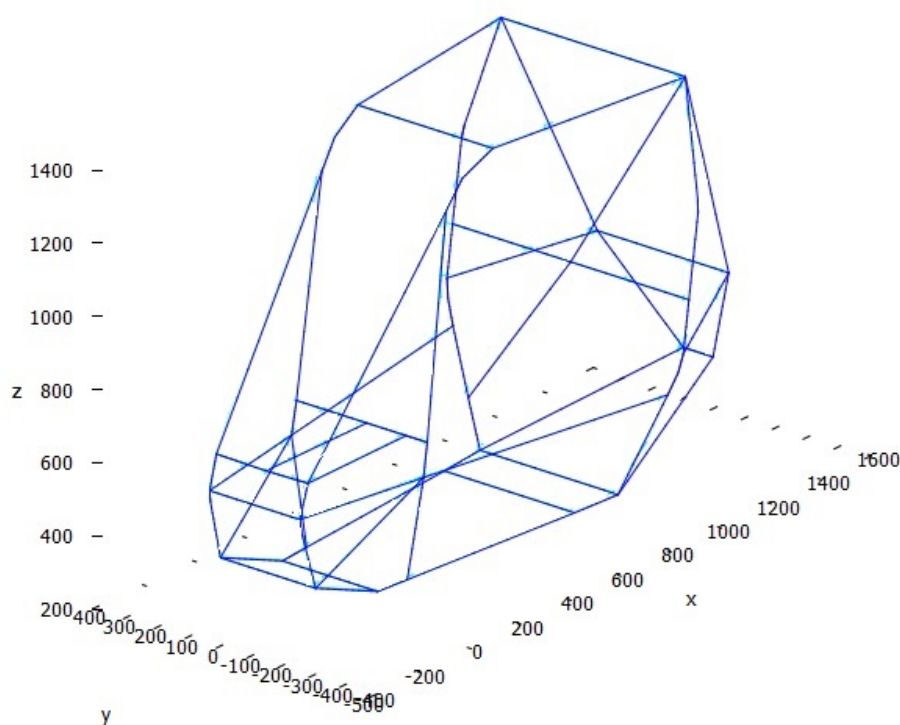


Figura 1 – Modelo da gaiola utilizada nos cálculos do programa Frame3DD

Na modelagem, utilizaram-se os parâmetros geométricos da estrutura (doravante denominada “gaiola”) do veículo Poli Magnus, um dos protótipos da equipe, que participou de competições no ano de 2013. O modelo da gaiola considerava uma estrutura formada por 77 barras retas rigidamente interligadas através de 49 nós. Foram admitidos dois tipos de barras, diferindo apenas em relação a seus momentos de inércia, respectivamente 28.876 mm^4 e 10.409 mm^4 . Para incluir o efeito do motor, montado na transversal na parte traseira da estrutura, foram

adicionadas duas massas pontuais de 16 kg cada. Essa modelagem simplificada leva em consideração apenas os efeitos de massa e translação do motor, porém não o faz sobre a inércia rotacional desse componente. A figura 1 mostra a estrutura, retirada do próprio programa de simulação, considerada para os cálculos.

Duas análises modais computacionais foram realizadas: a primeira apenas da estrutura de barras da gaiola sem motor para comparação direta com os dados encontrados pela equipe Poli de Baja; e a segunda, acrescentando-se tais massas de 16 kg cada representando simplificadamente o motor, de forma a contemplar as características da estrutura utilizada no ensaio prático, conforme descrito adiante no item 4 para conhecimento prévio da análise modal experimental a ser realizada.

A tabela 1 relaciona os três primeiros modos de vibrar encontrados pela equipe de Baja e os menores de 100 Hz obtidos nas simulações realizadas pelo autor desse trabalho.

Tabela 1 – Relação entre modos de vibrar obtidos pela equipe Poli de Baja e no programa Frame3DD

Modos	Frequência obtida pela equipe (Hz)	Modo obtido no Frame3DD	
		Frequência da gaiola (Hz)	Frequência da gaiola com massas concentradas (Hz)
1	48.9	51.4	46.0
2	52.7	55.9	52.1
3	74.1	78.7	76.8
4		86.1	83.6
5		114.2	87.7
6		123.5	97.8

A comparação dos resultados mostram que: as frequências apresentadas no relatório do carro Magnus correlacionam-se bem com as encontradas na simulação da gaiola com massas concentradas (discrepâncias se devem possivelmente a fatores como, por exemplo, a simplificação do modelo utilizado por esse autor da estrutura, o qual considera apenas barras retas rigidamente unidas umas às outras, e do motor, o qual possui maior momento de inércia que o componente real), muito embora a equipe

tenha negado a existência de tais pesos; e a adição de massas concentradas reduziu as frequências de modos equivalentes, conforme esperado uma vez que elas se relacionam com o inverso da massa. Uma comparação entre os modos calculados de acordo com as simulações da equipe Poli e do autor do presente trabalho pode ser vista nas figuras 2 e 3 adiante (as deformações foram amplificadas para melhor visualização). Verifica-se que há coerência entre os resultados, denotando a correção do modelo adotado.

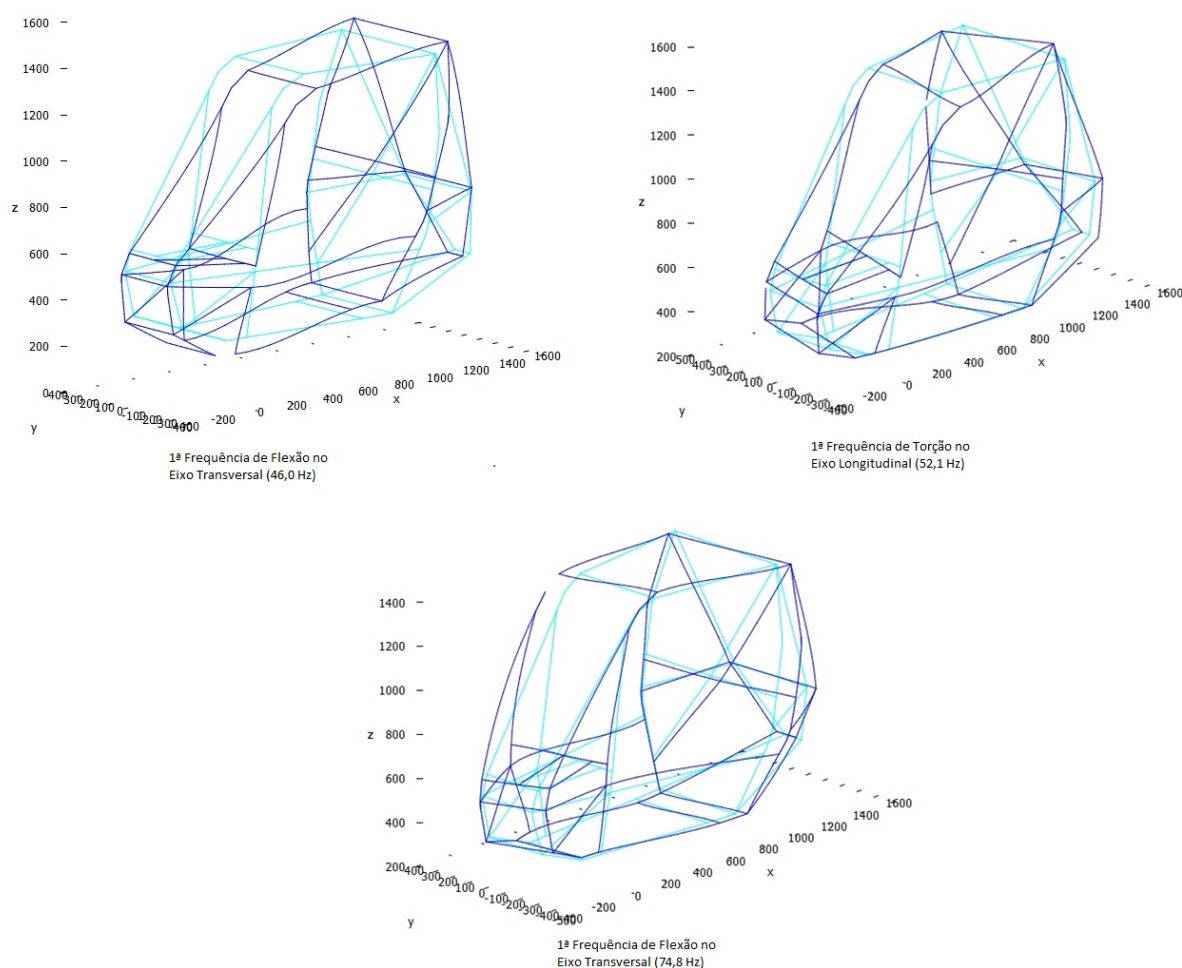


Figura 2 – Modos de vibrar da gaiola com massas concentradas encontrados no Frame3DD

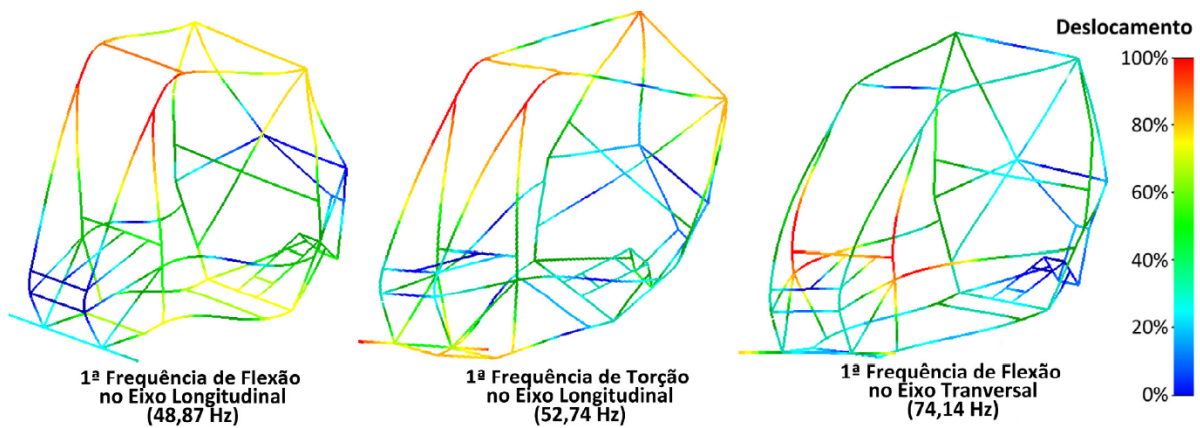


Figura 3 – Modos de vibrar da gaiola apresentados pela equipe Poli de Baja

Com o objetivo de validar os resultados positivos acima descritos, procurou-se efetuar uma análise modal experimental, cujos resultados são descritos a seguir.

3. Método de Ibrahim

Em 1973, S.R. Ibrahim e E.C. Mikulcik publicaram um artigo demonstrando o ITD. Esse método determina as propriedades modais de um sistema, com base em sua resposta livre.

Inicialmente se adota que o movimento possa ser representado por um sistema de n graus de liberdade pela equação:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = f \quad (1)$$

onde M denota a matriz de massa; C , a matriz de amortecimento; K , a matriz de rigidez; y , o vetor deslocamento; \dot{y} , o vetor velocidade; \ddot{y} , o vetor aceleração; e f o carregamento aplicado. Pode-se reescrever essa equação na forma de espaço de estados, como mostrado a seguir:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} f \quad (2)$$

ou, matricialmente:

$$\dot{x} = Ax + Bf \quad (3)$$

de forma que o vetor de estados é:

$$x = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (4)$$

e as demais matrizes são:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Nota-se que a matriz B é utilizada apenas na determinação da resposta do sistema para uma excitação particular e não tem influencia sobre os parâmetros modais. Caso exista uma resposta livre de forças, o segundo termo da eq. (3) é nulo e tem-se que determinar apenas a matriz A, cujos autovalores são as raízes da equação característica do sistema. A equação sobre a qual o ITD se baseia, por fim, é:

$$\dot{x} = Ax \quad (7)$$

A matriz A tem dimensão $2n \times 2n$, no entanto a metade superior é formada por uma matriz de zeros e uma identidade. Há então a necessidade de apenas $2n^2$ elementos para determinação do sistema.

Em certo instante t, a equação anterior representa n equações lineares com $2n^2$ incógnitas indeterminadas:

$$\dot{x}_i = Ax_i \quad (8)$$

Se as acelerações, velocidade e deslocamentos dos pontos de medição puderem ser obtidos para $2n$ instantes (t_1, t_2, \dots, t_{2n}), ter-se-ia $2n^2$ equações que podem ser escritas da seguinte forma:

$$[\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dots \ \dot{x}_{2n}] = A[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{2n}] \quad (9)$$

ou matricialmente:

$$\dot{X} = AX \quad (10)$$

Isolando a matriz A:

$$A = \dot{X}X^{-1} \quad (11)$$

e assim, se todos os elementos das matrizes de \dot{X} e X^{-1} estiverem disponíveis, poder-se-ia determinar a matriz A. Pela eq. (7), pode-se prever que a solução do sistema é do tipo:

$$x = \psi e^{\lambda t} \quad (12)$$

Logo, substituindo na eq. (10) temos:

$$\lambda \psi = A\psi \quad (13)$$

de forma a se ter um problema de autovalores e autovetores, cujos autovalores de A fornecem as frequências naturais e fatores de amortecimento e cujos autovetores, os modos de vibrar da estrutura. Autovalores reais correspondem a vibrações superamortecidas e os complexos $\lambda_j = a_j + ib_j$ são usados para a determinação de

frequências amortecidas, frequências naturais e fatores de amortecimento através das equações a seguir:

$$\omega_{d,j} = b_j \quad (14)$$

$$\omega_{n,j} = \sqrt{a_j^2 + b_j^2} \quad (15)$$

$$\zeta_j = \frac{-a_j}{\sqrt{a_j^2 + b_j^2}} \quad (16)$$

Os autovalores complexos aparecem em pares conjugados, no entanto esses correspondem a uma mesma frequência natural, um único fator de amortecimento e um mesmo modo de vibrar.

3.1. Método de Ibrahim Modificado

A grande desvantagem do ITDM como originalmente postulado é a necessidade de medidas simultâneas de velocidade, aceleração e deslocamento para que este possa ser empregado. Visando contornar este obstáculo, em outro estudo os mesmos autores (Pappa & Ibrahim, 1981) demonstraram que, com algumas modificações, o método é passível de utilização na presença de apenas um dos sinais, a saber, aceleração, velocidade ou deslocamento, em diversos pontos da estrutura.

Novamente, considerou-se a equação de um sistema livre de forças:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = 0 \quad (17)$$

a qual possui a equação característica:

$$\lambda^2 M + \lambda C + K = 0 \quad (18)$$

cuja solução em um determinado instante é da forma:

$$x_i(t_j) = \sum_{k=1}^{2n} \psi_{ik} e^{\lambda_k t_j} \quad (19)$$

Essa solução para $2n$ pontos de medida e s instantes de tempo pode ser escrita na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{2n,1} & \cdots & x_{2n,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{1,1} & \cdots & \psi_{1,2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{2n,1} & \cdots & \psi_{2n,2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t_1} & \cdots & e^{\lambda_1 t_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{\lambda_{2n} t_1} & \cdots & e^{\lambda_{2n} t_s} \end{bmatrix} \quad (20)$$

ou simplificadamente:

$$\Phi = \Psi \Lambda \quad (21)$$

De modo semelhante, pode ser escrita a solução para um instante Δt_1 adiante:

$$x_i(t_j + \Delta t_1) = \sum_{k=1}^{2n} \psi_{ik} e^{\lambda_k(t_j + \Delta t_1)} = \sum_{k=1}^{2n} (\psi_{ik} e^{\lambda_k \Delta t_1}) e^{\lambda_k t_j} = \sum_{k=1}^{2n} \hat{\psi}_{ik} e^{\lambda_k t_j} \quad (22)$$

e simplificando, tem-se:

$$\hat{\Phi} = \hat{\Psi} \Lambda \quad (23)$$

As eq. (21) e (23) podem ser relacionadas para a eliminação do termo Λ , o que resulta em:

$$\hat{\Phi} \Phi^{-1} \Psi = \hat{\Psi} \quad (24)$$

ou, associa-se cada coluna de Ψ e de $\hat{\Psi}$:

$$\hat{\Phi}\Phi^{-1}\{\Psi\}_{t_i} = \{\hat{\Psi}\}_{t_i} \quad (25)$$

Mas de acordo com a eq. (21), as colunas estão associadas por:

$$\{\hat{\Psi}\}_{t_i} = e^{\lambda_k \Delta t_1} \{\Psi\}_{t_i} \quad (26)$$

Chegando-se em fim no problema de autovalores:

$$\hat{\Phi}\Phi^{-1}\{\Psi\}_{t_i} = e^{\lambda_k \Delta t_1} \{\Psi\}_{t_i} \quad (27)$$

Tendo-se os valores de deslocamento de $2n$ pontos, pode-se obter os autovalores de $\hat{\Phi}\Phi^{-1}$ na forma $\beta_i + j\gamma_i$, que estão relacionados com as raízes da eq. (18) por:

$$\beta_i + j\gamma_i = e^{(a_i + jb_i)\Delta t_1} \quad (28)$$

$$a_i = \frac{1}{\Delta t_1} \ln(\gamma_i^2 + \beta_i^2) \quad (29)$$

$$b_i = \frac{1}{\Delta t_1} \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_i}{\beta_i} \right) \quad (30)$$

E assim, esses valores estão relacionados com a frequência natural, a frequência amortecida e o fator de amortecimento pelas eq. (14), (15) e (16).

Nesse mesmo artigo publicado em 1981, Ibrahim apresenta modificações de seu método para solução de possíveis problemas.

Primeiramente, para atenuação de ruídos, foi aplicado o método dos mínimos quadrados, necessitando maiores evoluções temporais que o métodos que citado anteriormente. As matrizes de estados tornam-se retangulares e temos o seguinte problema de autovetores:

$$[\hat{\Phi}\Phi^t][\Phi\Phi^t]^{-1}\{\Psi\}_{t_i} = e^{\lambda_k \Delta t_1} \{\Psi\}_{t_i} \quad (31)$$

Outro problema é com a falta de medidas para total preenchimento das linhas das matrizes Φ e $\hat{\Phi}$. Como solução, foi provado ser possível o seguinte processo: coloca-se os dados tomados em intervalos de tempo Δt_2 na parte superior da matriz, então a metade de cima é preenchida pelos mesmo dados mas tomados em intervalos múltiplos de Δt_2 ($2\Delta t_2$, $3\Delta t_2$, $4\Delta t_2$, ...). Em seguida, a metade inferior é completada pelas mesmas medidas da superior, porém defasadas de Δt_3 . Esse processo não altera os autovalores das eq. (26) e (30) desde que Δt_1 , Δt_2 e Δt_3 sejam diferente.

3.2. Modelagem Experimental

Anteriormente às análises dos dados dos experimentos práticos, realizou-se a compreensão e aplicação do método de Ibrahim a um problema numérico. Para tal, foi proposto um modelo simples de 6 massas ligadas em série por molas e amortecedores, sendo a primeira conectada a uma superfície fixa, conforme representado na figura 4. O sistema é caracterizado por seis massas de mesmo valor, 1 kg, seis amortecedores viscosos de mesma constante, 3 Ns/m, e por seis molas de mesma constante elástica, 2000 N/m. Esse sistema, por possuir frequências e modos naturais já conhecidos, foi utilizado para tecer uma comparação entre os parâmetros identificados analiticamente e pelo método de Ibrahim com entrada impulsiva. As simulações foram efetuadas com o auxílio do software Matlab.

Utilizando apenas a medida de deslocamento da primeira das seis massas, as matrizes Φ e $\hat{\Phi}$ tiveram as linhas da metade superior preenchida com tal dado tomado a cada 0,01, 0,03, 0,06, 0,09, 0,12 e 0,15s; e esses valores, defasados de 0,27s, completaram a parte inferior. O ITD foi implantado usando valores tomados durante 40 instantes de tempo (sendo que 12 seria a menor quantidade possível). Esses valores foram tomados arbitrariamente e serão discutidos posteriormente.

Uma vez que, teoricamente, o impulso transfere energia de forma instantânea para o sistema sem que haja deslocamento durante a transmissão, e essa energia transforma-se em energia cinética, foi preferida a imposição de uma velocidade inicial e deslocamentos nulos na simulação. Vale ressaltar que ambas são técnicas equivalentes que não causam perda da qualidade do teste. Os valores mostrados

foram obtidos com a velocidade inicial da sexta massa de 10m/s. Os demais corpos permaneceram imóveis no primeiro instante de simulação.

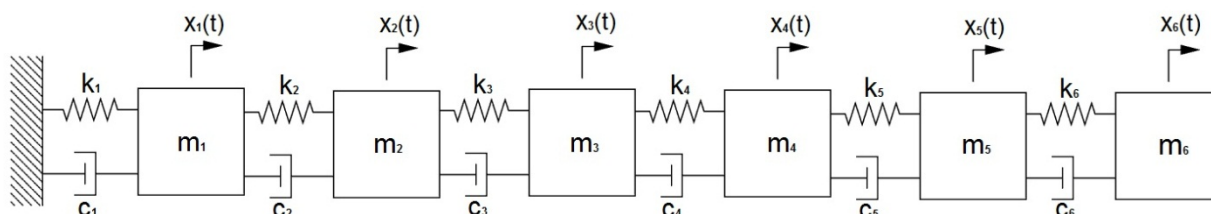


Figura 4 - Sistema de massas, molas e amortecedores com seis graus de liberdade

Os resultados obtidos podem ser observados na tabela 2, onde a primeira coluna contém as frequências naturais determinadas teoricamente a partir das matrizes do sistema e a segunda contém as frequências obtidas pelo método de Ibrahim com excitação impulsiva.

Tabela 2 – Frequências naturais obtidas por análise do sistema e pelo método ITD

ω teórico (rad/s)	ω impulso (rad/s)
86,8437	86,6593
86,8437	86,6593
79,1976	79,0578
79,1976	79,0578
66,9488	66,8644
66,9488	66,8644
50,8093	50,7724
50,8093	50,7724
31,7168	31,7079
31,7168	31,7079
10,7811	10,7808
10,7811	10,7808

Ao se analisar as colunas da tabela 2, percebe-se que há pequena diferença entre os valores identificados pelo ITD e os teóricos. Os parâmetros utilizados no método de Ibrahim (frequência de tomada de dados, sua defasagem e a quantidade

de valores) foram escolhidos após uma grande quantidade de testes, entretanto, todos apresentaram erros igualmente baixos como os observados nesse relatório.

4. Experimento Físico

A estrutura do carro Magnus foi erguida por um guincho hidráulico tipo girafa, com auxílio de cintas de amarra de carga enganchadas nos pontos 0, 20 e 21 mostrados na figura 5.

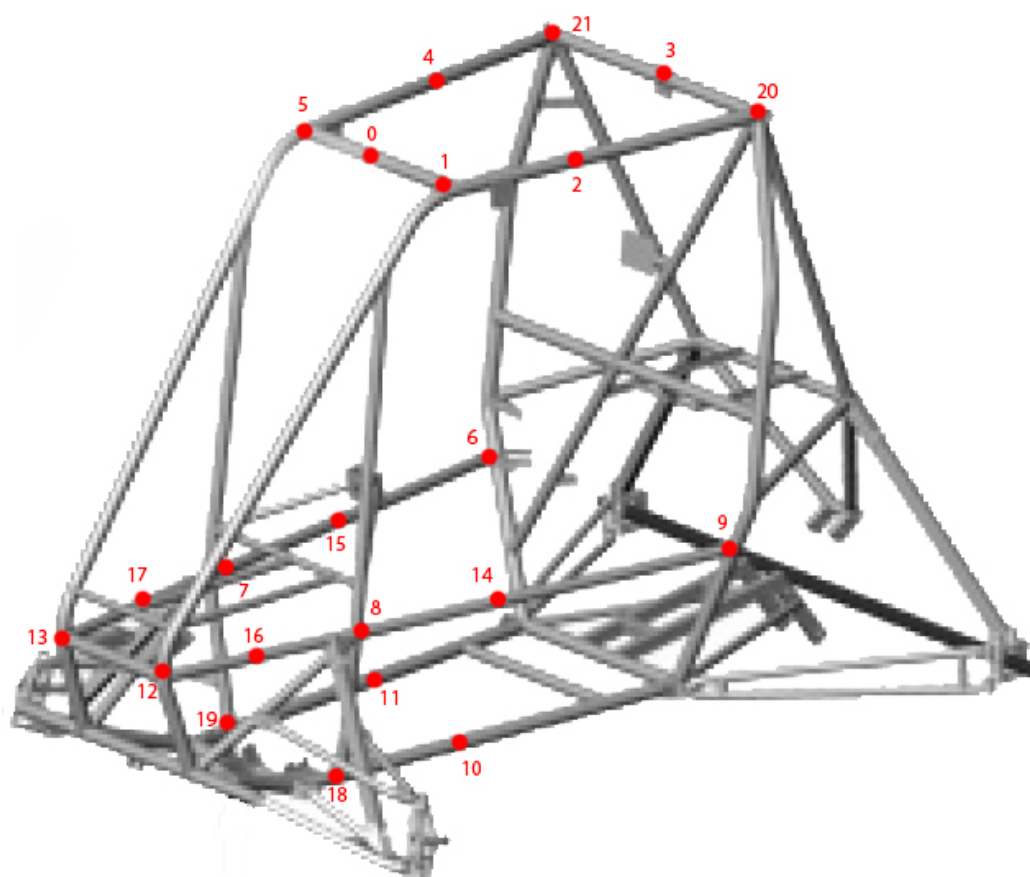


Figura 5 – Esquema da estrutura do Magnus com pontos utilizados no experimento

Os equipamentos utilizados nesse experimento foram: osciloscópio Tektronix TDS 1001B de 40MHz, dois amplificadores de carga PCB modelo 480E09, e dois

acelerômetros piezelétricos MMF modelo KD34. Para excitar a estrutura foi usado um martelo não instrumentado.

Um plano de estudo foi desenvolvido, com base nas simulações computacionais realizadas pela equipe Poli de Baja, que correlacionava pontos de excitação e os de possíveis melhores respostas de corpo livre. Esse plano está mostrado nas tabelas 3, 4 e 5, as quais informam local e direção do impacto e local e direção da fixação dos dois acelerômetros.

Tabela 3 – Relação entre pontos de excitação e pontos de fixação dos acelerômetros. Ambos podem ocorrer na direção vertical (V) ou horizontal (H)

Excitação	16 V	17 V	14 V	12 V	14 V	17 V	14 V	14 V	12 V	12 V
Acelerômetro 1	1 V	1 V	1 V	1 V	1 V	1 V	1 V	1 V	1 V	3 V
Acelerômetro 2	2 V	2 V	2 V	2 V	3 V	3 V	4 V	5 V	5 V	4 V

Tabela 4 – Relação entre pontos de excitação e pontos de fixação dos acelerômetros. Ambos podem ocorrer na direção vertical (V) ou horizontal (H)

Excitação	1 V	1 V	15 V	1 V	1 V	5 V	12 V	12 V	21 V	20 V
Acelerômetro 1	2 V	14 V	14 V	10 V	9 V	9 V	18 V	9 V	12 V	12 V
Acelerômetro 2	4 V	15 V	4 V	11 V	6 V	6 V	6 V	19 V	13 V	13 V

Tabela 5 – Relação entre pontos de excitação e pontos de fixação dos acelerômetros. Ambos podem ocorrer na direção vertical (V) ou horizontal (H)

Excitação	5 H	21 H	21 H	5 H	13 H	13 H	5 H	5 H
Acelerômetro 1	12 V	12 V	13 V	13 V	9 V	8 V	8 V	9 V
Acelerômetro 2	13 V	13 V	9 V	9 V	9 H	8 H	8 H	9 H

4.1. Dados e Análise dos Dados

Os valores de tensão dos acelerômetros foram aquisitados como tensões AC pelo osciloscópio e exportados diretamente para um pen-drive. Os arquivos

analisados possuíam duas colunas de números, sendo a primeira tempo em segundos e a segunda, tensão em volts.

Para a análise de frequência, todas as evoluções temporais foram tratadas tirando sua tendência linear e aplicando uma janela Boxcar. A Transformada Rápida de Fourier (FFTs) foi feita sobre os dados janelados.

A figura 6 mostra a evolução temporal medida pelo acelerômetro fixado verticalmente no ponto 10 após a estrutura ser excitada verticalmente no ponto 1. Nessa mesma figura se encontra a FFT do respectivo experimento. Pode-se perceber que a distribuição de energia nos modos de vibrar não é uniforme: há maiores potências nas frequências entre 150 Hz e 1500 Hz e menores nas demais faixas. Esse problema poderia ter sido atenuado se um martelo instrumentado houvesse sido utilizado.

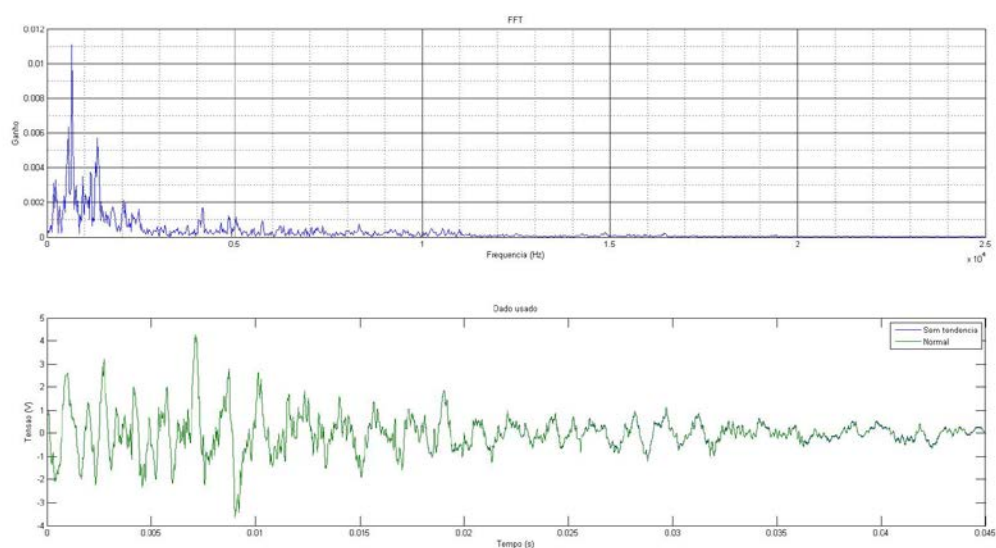


Figura 6 – Vibração analisada verticalmente no ponto 10 quando a estrutura é excitada verticalmente no ponto 1 e o espectro de potência dessa vibração.

A figura 7 mostra o mesmo espectro de potência da figura 6, no entanto com um filtro passa-baixa em 500 Hz. A partir dela pode-se obter duas novas conclusões sobre o teste prático realizado: devido à ausência de cuidado com a amostragem e desconhecimento das especificações dos equipamentos de medição, a resolução em frequência é baixa (com frequência de Nyquist de 25 kHz e 2250 pontos de amostragem, o espaçamento entre cada ponto em frequência é 22.22 Hz); e há uma

maior absorção de energia por modos de vibrar superiores a 100 Hz, mostrando que a distribuição de energia foi desigualitária e favorecendo os modos de maior frequências.

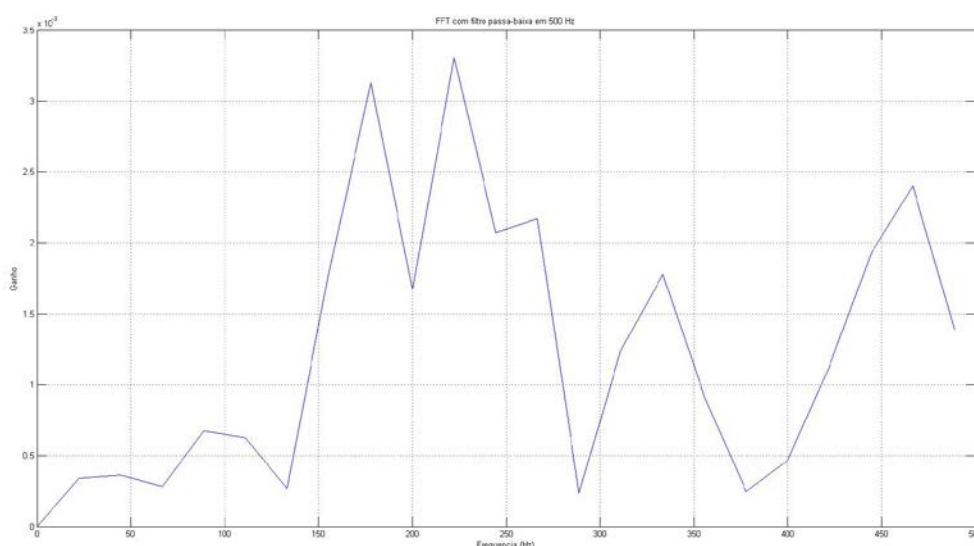


Figura 7 – Aplicação de filtro passa-baixas em 500 Hz sobre o espectro de potência apresentado na figura 6

4.2. Sequenciamento de dados

A fim de sanar o problema de baixa resolução em frequência, dois métodos foram utilizados: evoluções temporais de medida do acelerômetro para impactos num mesmo ponto foram unidas numa única sequência de dados; e evoluções temporais de vibração num mesmo ponto para impacto em diversas regiões da gaiola foram unidas numa única sequência de dados. As tabelas 6 e 7 relacionam essas uniões com os pontos de impacto e medição. Tais aumentos nas quantidades de dados das sequências possibilitaram melhoras nas resoluções de frequência para 2,3 Hz e 2,9 Hz respectivamente aos dois primeiros e dois últimos sequenciamentos apresentados a seguir.

Tabela 6 – Relação entre pontos de medição para impacto em mesmo local

Pontos de medição		
Impacto no ponto 1	Impacto no ponto 12	Impacto no ponto 14
2	1	1
4	2	2
6	3	3
9	4	4
10	5	5
11	6	
14	9	
15	18	
19	19	

Tabela 7 – Relação entre pontos de impacto para medição em mesmo local

Pontos de Impacto
Medição no ponto 1
12
14
16
17

Previamente a junção dos dados, foram aplicadas janelas Hanning a cada sequência anulando seu início e fim. A tendência foi retirada e o espectro de potência foi obtido. Um filtro passa-baixas de 200 Hz foi aplicado para validação apenas dos modos com frequência inferior a 100 Hz encontrados por análise modal computacional. As figuras a seguir mostram as junções das evoluções temporais tratadas com janelas e os espectros obtidos pela Transformada Rápida de Fourier.

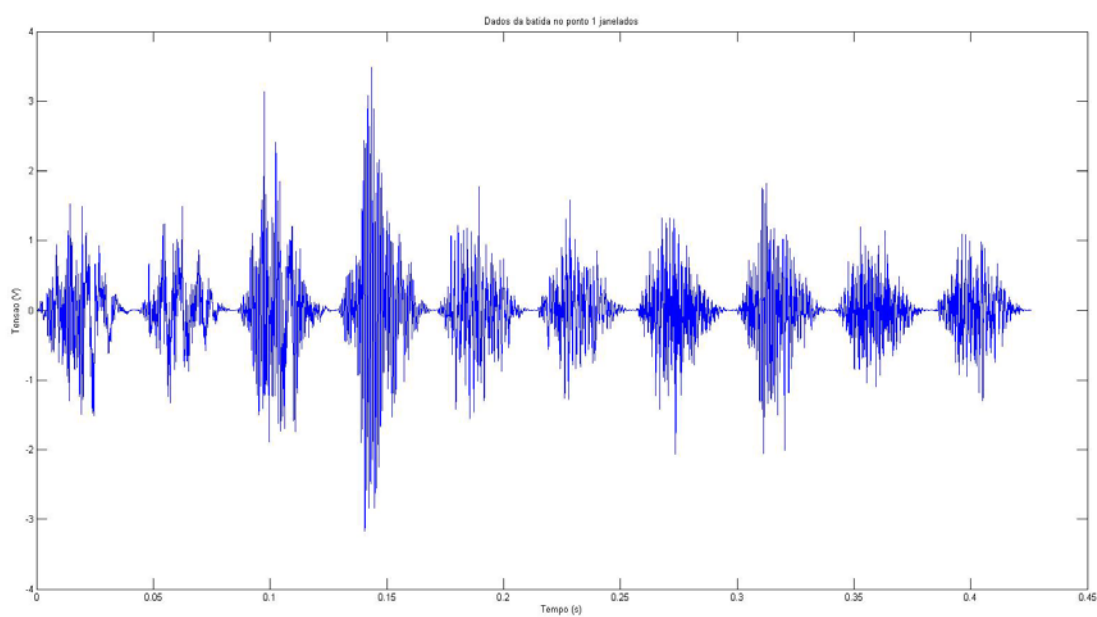


Figura 8 – Sequenciamentos de dados com impacto no ponto 1

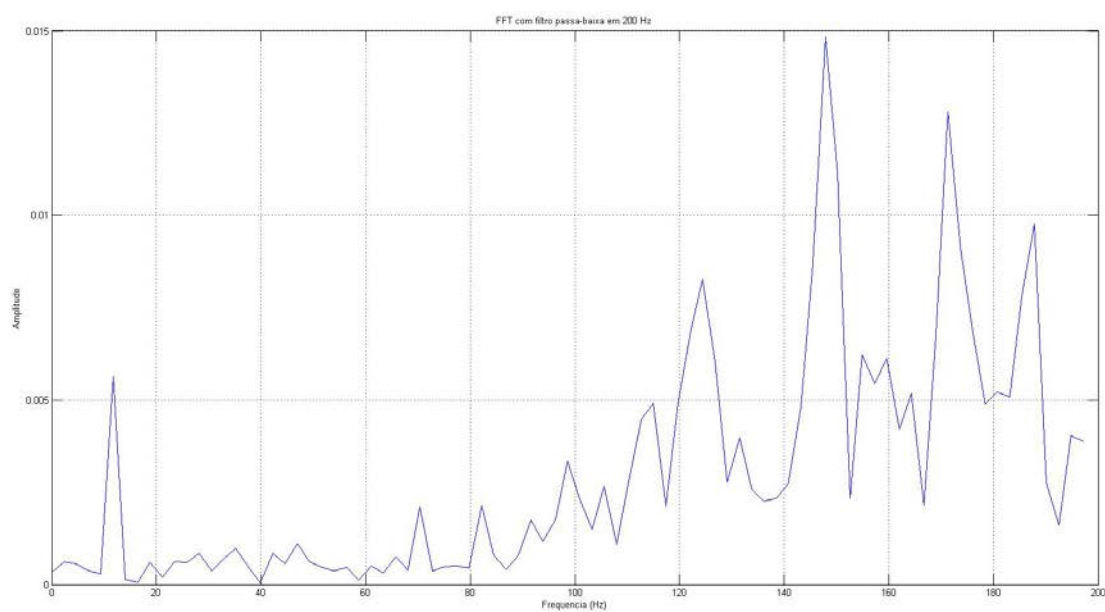


Figura 9 – Espectro de potência dos dados com impacto no ponto 1

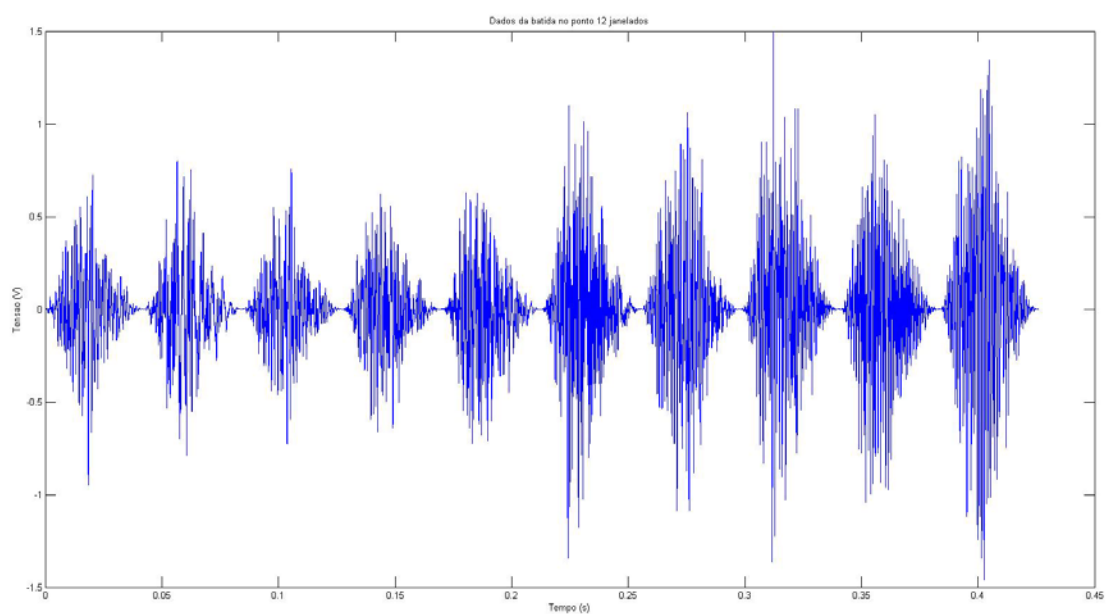


Figura 10 – Sequenciamentos de dados com impacto no ponto 12

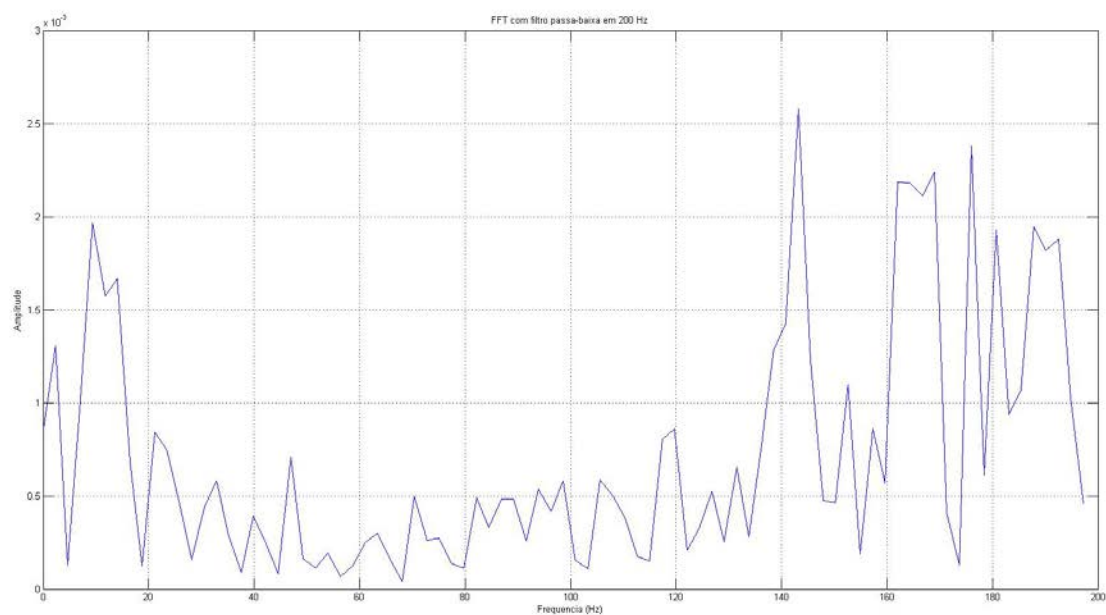


Figura 11 – Espectro de potência dos dados com impacto no ponto 12

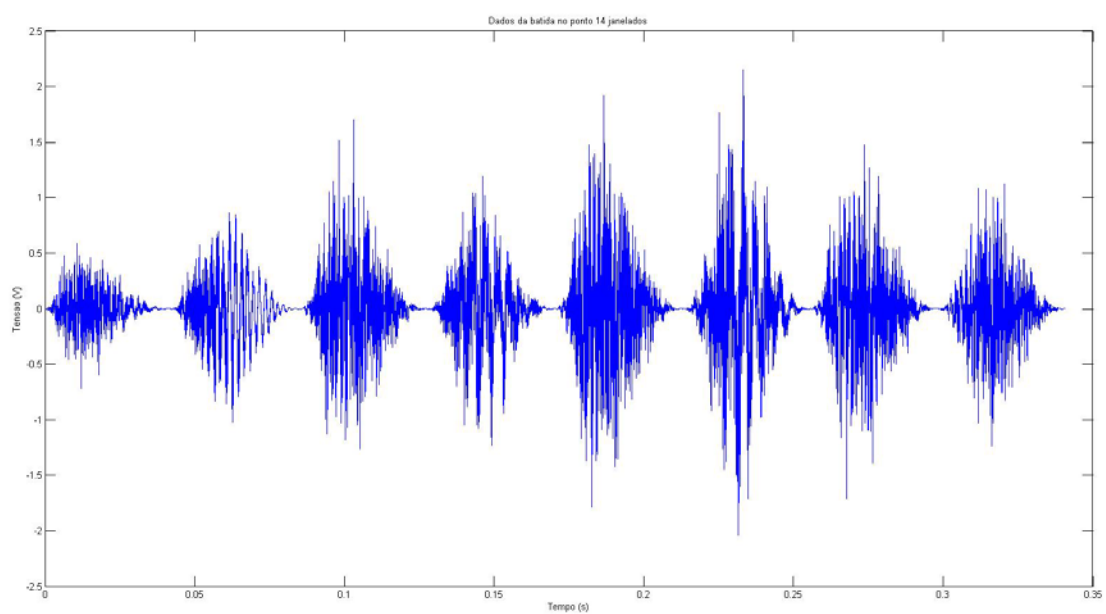


Figura 12 – Sequenciamentos de dados com impacto no ponto 14

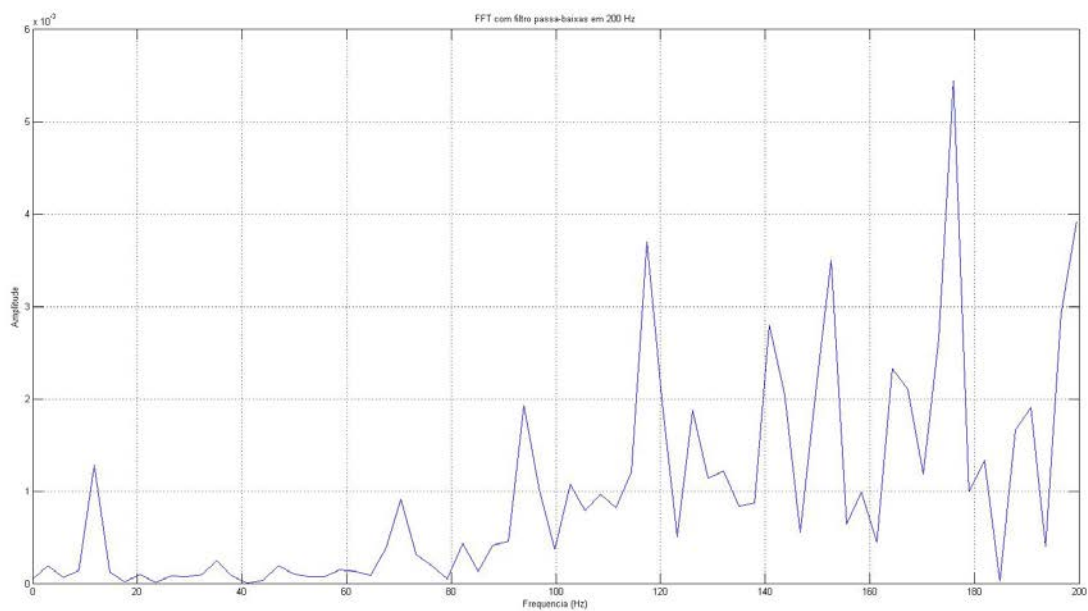


Figura 13 – Espectro de potência dos dados com impacto no ponto 14

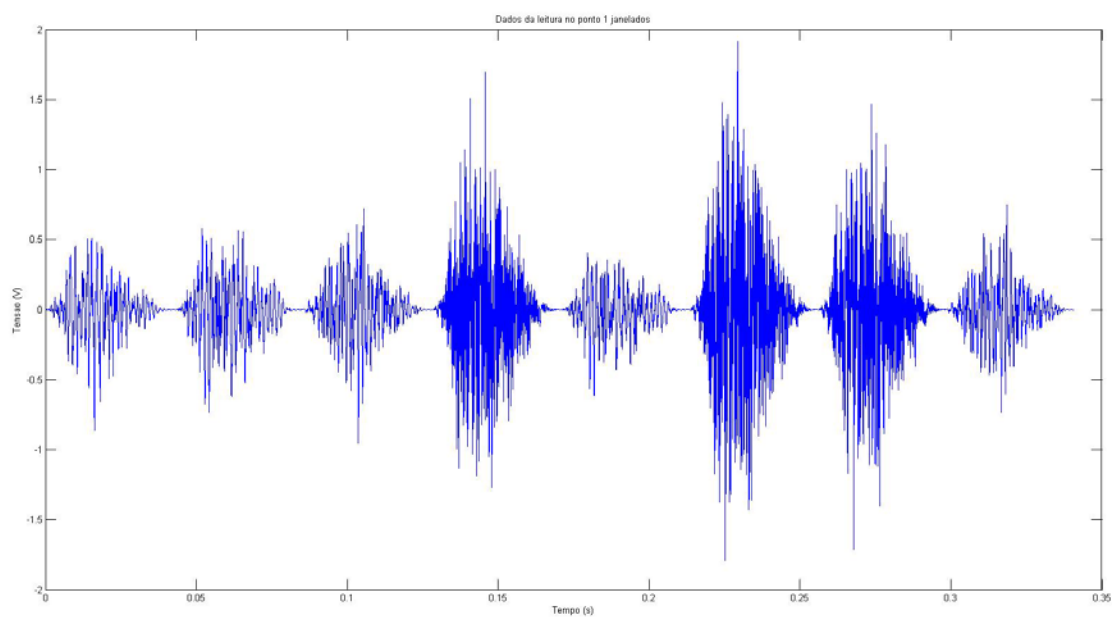


Figura 14 – Sequenciamentos de dados com medição no ponto 1

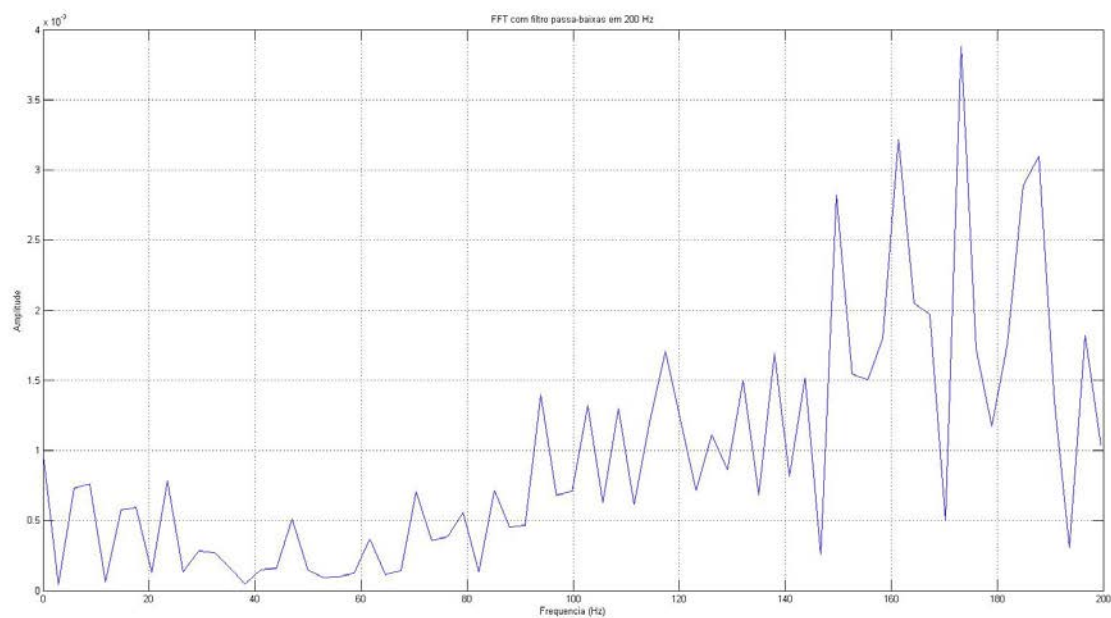


Figura 15 – Espectro de potência dos dados com medição no ponto 1

A baixa resolução em frequência, mesmo após sequenciamentos dos dados, frente aos modos obtidos computacionalmente impede a determinação exata dos picos que representam frequências de ressonância. A tabela 8 relaciona aqueles considerados pelo autor desse trabalho como prováveis frequências de vibrar.

Tabela 8 – Relação entre frequências consideradas como modo de vibrar da estrutura			
Modos de vibrar da gaiola com motor (Hz)			
Impacto no ponto 1	Impacto no ponto 12	Impacto no ponto 14	Medição no ponto 1
11.7	9.4	11.7	8.8
70.4	21.1	70.4	23.5
82.2	47.0	82.2	47
91.6	70.4	93.9	70.4
98.6	82.2	102.7	79.2
105.6	93.9		85.1
	98.6		93.9

4.3. Análise e comparação dos métodos computacional e experimental

A tabela 9 relaciona lado a lado as frequências identificadas, com valores mais próximos, nas análises modais computacionais e experimental.

É notável que a análise experimental identificou frequências menores das encontradas computacionalmente no programa Frame3DD, sendo elas 10 Hz e 22 Hz aproximadamente. Essas frequências podem aparecer devido ao sequenciamento de dados a uma com período de repetição de 0,05 s. Nota-se também que a frequência de 52 Hz não é observada na análise modal experimental.

A comparação de frequências de ressonância de espectros de potência diretamente com modelos de elementos finitos não é suficiente para se afirmar a existência dos modos de vibrar. Para tanto, é necessária uma análise modal criteriosa a qual fornece mais informações para correlação.

Tabela 9 – Comparação das frequências identificadas nos métodos computacionais e experimentais

Frequências obtidas pela equipe Poli de Baja (Hz)	Frequências da gaiola com massas concentradas obtidas no Frame3DD (Hz)	Modos de vibrar da gaiola com motor (Hz)			
		Impacto no ponto 1	Impacto no ponto 12	Impacto no ponto 14	Medição no ponto 1
		11.7	9.4	11.7	8.8
			21.1		23.5
48.9	46.0		47.0		47
52.7	52.1				
74.1	76.8	70.4	70.4	70.4	70.4
	83.6	82.2	82.2	82.2	79.2
	87.7	91.6	93.9	93.9	85.1
	97.8	98.6	98.6		102.7

4.4. Método de Ibrahim e outros métodos

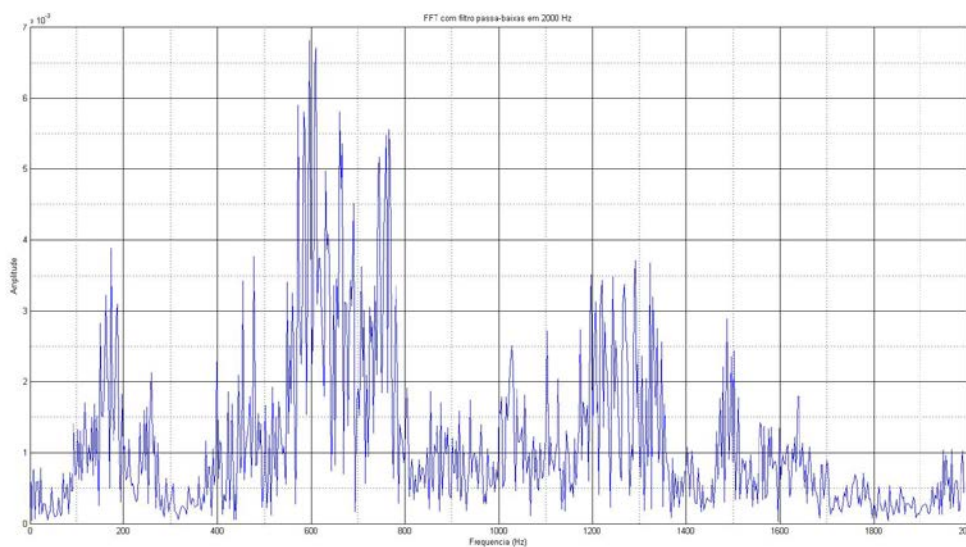


Figura 16 – Espectro de potência dos dados com medição no ponto 1

Anteriormente apresentado nesse relatório, o método ITD modificado fora utilizado previamente em outro trabalho realizado pelo autor da presente análise modal e deveria ser utilizado nesse igualmente. Tentativas foram feitas, no entanto

somente puderam ser identificadas frequências superiores a 150 Hz. A figura 16 mostra o espectro de potência do sequenciamento de evoluções temporais com medição no ponto 1, apresentado na figura 14. É possível observar que a potência de modos entre 500 Hz e 800 Hz é significativamente superior à dos menores que 150 Hz. Essa menor potência impediu a determinação adequada dos modos desejados de identificação pelo método ITD.

Outros métodos foram procurados, como o método do ajuste do círculo, no entanto a baixa resolução em frequência impediu a realização desse método.

5. Conclusão

O objetivo desse trabalho é a averiguação dos três primeiro modos de vibração da gaiola do Baja identificados pela própria equipe e apresentados em seu relatório.

Uma simulação computacional foi realizada em programa de código aberto modelando a estrutura apenas por barras retas com duas massas concentradas no local onde se encontra o motor. Essa análise confirmou a existência teórica dos modos procurados e mostrou boa correlação com os encontrados em programas comerciais.

Visando validar os resultados numéricos, procedeu-se uma tentativa de análise modal experimental através do teste de impactos para autenticação de toda simulação computacional. A análise pelo método de Ibrahim no Domínio do Tempo e por outros métodos os quais pudessem identificar os modos procurados foi realizada, no entanto os resultados obtidos por aplicação dos métodos foram ineficazes na confirmação dos resultados numéricos devido aos sucessivos erros de medição. Como não houve tempo hábil para que os experimentos fossem repetidos, a validação dos resultados numéricos é deixada como sugestão de continuidade do trabalho.

6. Referências Bibliográficas

Ferreira Neto, L. S. **Um método para análise modal de estruturas submetidas a excitações ambientes**. 2005. 113 p. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

IBRAHIM, S.R., MIKULCIK, E.C. **A time domain modal vibration test technique**. The Shock and Vibration Bulletin, v. 43, n. 4, p. 21-37, 1973.

IBRAHIM, S.R., MIKULCIK, E.C. **The Experimental Determination of Vibration Parameters from Time Responses**. Shock and Vibration Bulletin, v. 46, n. 5, p. 187-196, 1976.

IBRAHIM, S.R., MIKULCIK, E.C. **A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters from the Free Response**. Shock and Vibration Bulletin, v. 47, n. 4, p. 183-198, 1977.

HE, J., FU, Z.F. **Modal Analysis**. Oxford: Ed. Butterworth Heinemann, 2001, 291 p.

OPPENHEIM, A.V., SCHAFER, R.W. **Discrete-Time Signal Processing**. Upper Saddle River: Ed. Prentice-Hall, 1998, 870 p.

PAPPA, R.S., IBRAHIM, S.R. **A Parametric Study of the Ibrahim Time Domain Modal Identification Algorithm**. The Shock and Vibration Bulletin, v. 51, n. 3, p. 43-72, 1981.

SOREIO, N.S. **Análise Modal Experimental**. Belém: Universidade Federal do Pará, 2001, 73 p.